PROBABILIDAD

Definiciones importantes:

- **Experimento aleatorio**: cualquier experimento en el que influye el azar.
- **Caso:** es cada posible resultado del experimento.
- **Espacio muestral:** es el conjunto de todos los casos asociados a un experimento. Se representa con la letra E o la letra griega Ω.
- **Suceso:** es cualquier afirmación que, una vez realizado el experimento, podemos verificar si se cumple o no. Todo suceso se corresponde con un subconjunto del espacio muestral. Si el subconjunto correspondiente tiene un único elemento, se dice que el suceso es **elemental**. Si se compone de más de un caso, se denomina **suceso compuesto**. Los sucesos se representan por letras mayúsculas.
- **Suceso imposible:** es aquel que no puede ocurrir (ningún caso lo verifica). Se representa por la letra $\emptyset$.
- **Suceso seguro:** es el suceso que ocurre siempre (lo verifican todos los casos). Coincide con el espacio muestral.
- **Suceso complementario:** dado un suceso cualquiera, A, el suceso complementario de A es el conjunto de aquellos casos que no verifican A. Se representa por $\bar{A}$.

Operaciones con sucesos:

- **Unión:** la unión de los sucesos A y B, es el conjunto formado por todos los elementos del espacio muestral que verifican A, B o ambos sucesos a la vez. Se escribe **A∪B**.
- **Intersección:** la intersección de los sucesos A y B, es el conjunto formado por todos los elementos del espacio muestral que verifican ambos sucesos a la vez. Se escribe **A∩B**
- **Diferencia:** la diferencia de los sucesos A y B, es el conjunto formado por todos los elementos del espacio muestral que verifican A pero no B. Se escribe **A - B** o **A\B**.

Leyes de Morgan

$$\overline{A \cup B} = \bar{A} \cap \bar{B} \quad ; \quad \overline{A \cap B} = \bar{A} \cup \bar{B}$$

Se dice que dos sucesos **A y B son incompatibles** si no pueden ocurrir a la vez. Es decir:
A∩B = $\emptyset$

Definición de probabilidad

Frecuentista

La probabilidad de que ocurra un suceso A es el límite de la frecuencia relativa de dicho suceso cuando el experimento se repite infinitas veces.

Axiomática

P(A) es la función que asocia a cada suceso A su probabilidad si:

- $P(A) \geq 0$, para cualquier suceso de Ω.
- $P(\Omega) = 1$.
- Si A, B, C... son sucesos incompatibles: $P(A \cup B \cup C \cup ...) = P(A) + P(B) + P(C) + ...$

Propiedades de la probabilidad:

- $0 \leq P(A) \leq 1$.
- P($\bar{A}$) = 1 - P(A).
- P(Ø) = 0.
- P(A∪B) = P(A) + P(B) - P(A∩B).
- Si un suceso A está contenido en otro suceso B, P(A) ≤ P(B).

Experiencias regulares. Regla de Laplace:

Una experiencia o experimento se dice regular si cada caso tiene la misma probabilidad de ocurrir. En este caso, se dice que el espacio muestral es equiprobable.

Regla de Laplace
Sea un suceso A de un espacio muestral equiprobable con un número finito de casos,

$$P(A) = \frac{\text{Número de casos favorables a A}}{\text{Número de casos posibles}}$$

Probabilidad condicionada:

Si sabemos que va a ocurrir un suceso B (con una probabilidad mayor que cero), podemos calcular la probabilidad de que ocurra A teniendo en cuenta este dato, se llama **probabilidad de A condicionada a B** y se escribe P(A|B):

$$P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$$

Si la ocurrencia del suceso B no modifica la probabilidad de que ocurra A, se dice que A y B **son sucesos independientes**. En ese caso, P(A|B) = P(A). Por tanto, si A y B son sucesos independiente, se cumple: **P(A∩B) = P(A) · P(B).**
Igualmente, si se verifica la fórmula anterior, podemos afirmar que A y B son independientes.

Probabilidad total:

Supongamos que tenemos un espacio muestral partido en n sucesos incompatibles entre ellos $A_1, A_2, \ldots, A_n$. Sea B otro suceso:
$P(B) = P(A_1) \cdot P(B|A_1) + \ldots + P(A_n) \cdot P(B|A_n)$

Teorema de Bayes:

En la situación descrita anteriormente:

$$P(A_j|B) = \frac{P(A_j) \cdot P(B|A_j)}{P(A_1) \cdot P(B|A_1) + \ldots + P(A_k) \cdot P(B|A_k)}$$