

LOGARITMOS

Decimos que **x es el logaritmo en base a de b** si a elevado a x da como resultado b .

Es decir:

$$\log_a b = x \Leftrightarrow a^x = b$$

Diagrama de la ecuación $\log_a b = x \Leftrightarrow a^x = b$:

- El símbolo a en $\log_a b$ es la **Base** (es siempre mayor que cero y distinta de 1).
- b es el **Argumento**.
- x es el resultado.
- En la ecuación equivalente $a^x = b$, a es **elevado a** x .

Ejemplo: $\log_5 125 = 3$ ya que $5^3 = 125$.

Si la base es 10, no se indica. Escribimos entonces $\log B$ en lugar de $\log_{10} B$.

Propiedades de los logaritmos:

- $\log_a 1 = 0$, ya que cualquier número elevado a cero da como resultado 1.
- $\log_a a = 1$, ya que cualquier número elevado a uno da como resultado ese mismo número.
- $\log_a(xy) = \log_a x + \log_a y$.
- $\log_a \left(\frac{x}{y} \right) = \log_a x - \log_a y$.
- $\log_a(x^n) = n \log_a x$.

Un ejercicio típico del uso de las propiedades de los logaritmos es el siguiente:

Suponiendo que $\log A = 2$ y $\log B = -1$, calcula el valor de $\log \left(\frac{A^2 B}{\sqrt{B}} \right)$:

$$\begin{aligned} \log \left(\frac{A^2 B}{\sqrt{B}} \right) &\stackrel{(4)}{=} \log(A^2 B) - \log \sqrt{B} \stackrel{(3)}{=} \log A^2 + \log B - \log \sqrt{B} = \\ &\stackrel{(5)}{=} 2 \log A + \log B - \frac{1}{2} \log B = 2 \log A + \frac{1}{2} \log B \stackrel{\text{Sustituyendo}}{=} 2 \cdot 2 + \frac{1}{2} \cdot (-1) = 4 - \frac{1}{2} = \frac{7}{2}. \end{aligned}$$